

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 02 tháng 6 năm 2026

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm 02 trang)

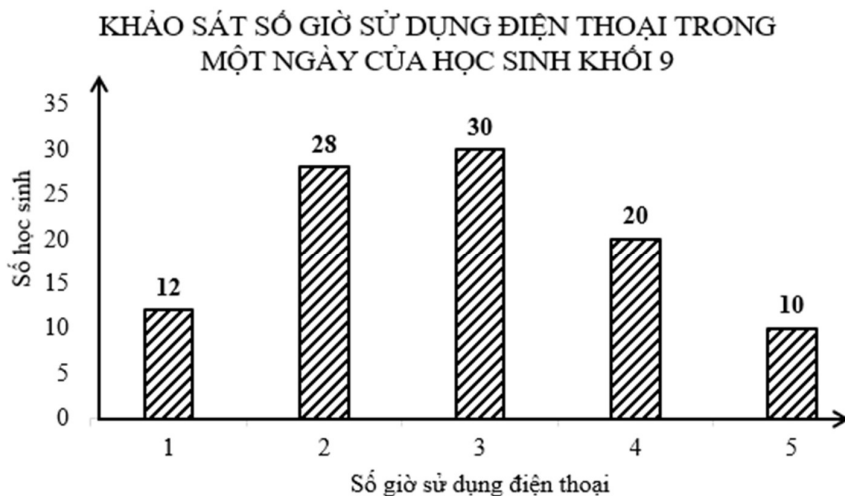
**Bài 1.** (1,5 điểm) Cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^2$  có đồ thị  $(P)$ .

- Vẽ  $(P)$ .
- Tìm toạ độ điểm  $M$  thuộc  $(P)$  có hoành độ bằng 6.

**Bài 2.** (1,0 điểm) Cho phương trình  $2x^2 - 3x - 4 = 0$

- Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .
- Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức  $A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2$ .

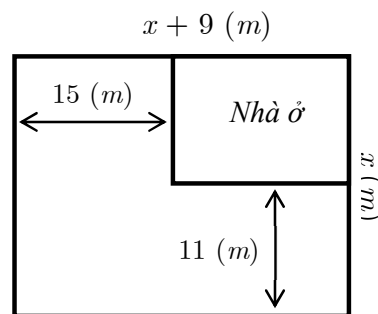
**Bài 3.** (1,5 điểm) Kết quả khảo sát đối với một số bạn học sinh khối 9 về số giờ sử dụng điện thoại trong một ngày được thể hiện qua biểu đồ dưới đây.



- Tính số học sinh đã tham gia cuộc khảo sát.
- Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố  $A$ : "Học sinh được chọn có thời gian sử dụng điện thoại 3 giờ một ngày".
- Nhà trường khuyến cáo học sinh không nên sử dụng điện thoại nhiều hơn 3 giờ một ngày. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm học sinh được khảo sát. Tính xác suất của biến cố  $B$ : "Học sinh được chọn đã thực hiện đúng khuyến cáo của nhà trường".

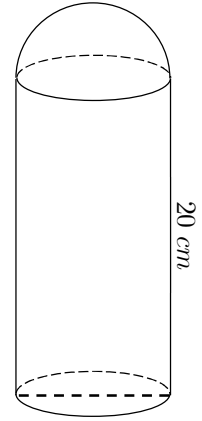
**Bài 4.** (1,0 điểm) Bác Năm có một mảnh đất hình chữ nhật với chiều rộng  $x(m)$ , ( $x > 11$ ) và chiều dài hơn chiều rộng  $9(m)$ . Bác Năm dùng một phần đất hình chữ nhật để làm nhà ở như hình vẽ.

- Viết biểu thức thu gọn biểu diễn diện tích phần làm nhà ở theo  $x$ .
- Tìm chiều dài, chiều rộng của mảnh đất, biết diện tích mảnh đất gấp 8 lần diện tích làm nhà ở.



**Bài 5.** (1,0 điểm)

Một bình inox có cấu tạo gồm hai phần: phần thân có dạng hình trụ có chiều cao 20 cm và bán kính đáy là 4 cm, phần nắp có dạng nửa hình cầu có đường kính bằng với đường kính đáy của phần thân.



a) Tính thể tích không gian bên trong của cái bình trên nếu bỏ qua độ dày của vỏ bình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của  $\text{cm}^3$ ).

b) Nhà sản xuất muốn phủ một lớp sơn tĩnh điện lên mặt ngoài của vỏ bình (gồm phần thân, phần nắp và đáy bình), giả sử chi phí sơn là 210 000 đồng/ $\text{m}^2$ .

Tính chi phí để sơn một cái bình inox (làm tròn kết quả đến nghìn đồng).

Biết công thức tính thể tích hình trụ là  $V = \pi R^2 h$ , diện tích xung quanh hình trụ là  $S = 2\pi R h$  với  $R$  là bán kính đáy và  $h$  là chiều cao của hình trụ. Thể tích hình cầu là  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , diện tích mặt cầu là  $S = 4\pi R^2$  với  $R$  là bán kính. Lấy  $\pi = 3,14$ .

**Bài 6.** (1,0 điểm)

Hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc trong một số ngày. Nếu đội A làm  $\frac{1}{3}$  công việc rồi đội B làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 6 ngày. Nếu đội B làm  $\frac{1}{3}$  công việc rồi đội A làm phần còn lại thì chậm hơn so với dự kiến 4 ngày. Hỏi hai đội A và B dự kiến cùng làm chung và xong công việc này trong bao nhiêu ngày? (Giả sử năng suất của hai đội A và B là không đổi).

**Bài 7.** (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn  $(O; R)$  ( $AB < AC$ ) có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn  $(O)$ .

Chứng minh  $\triangle ABD$  đồng dạng  $\triangle AKC$  và  $AF \cdot AK = AH \cdot AC$

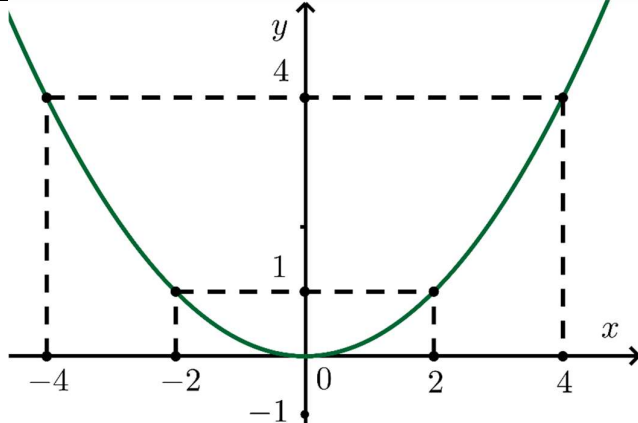
c) Gọi I là giao điểm của EF và AH; J là giao điểm của AK và BC.

i) Chứng minh  $HK \parallel IJ$ .

ii) Biết  $\widehat{BAC} = 60^\circ, \widehat{ACB} = 45^\circ$ , tính diện tích tam giác IHJ theo R.

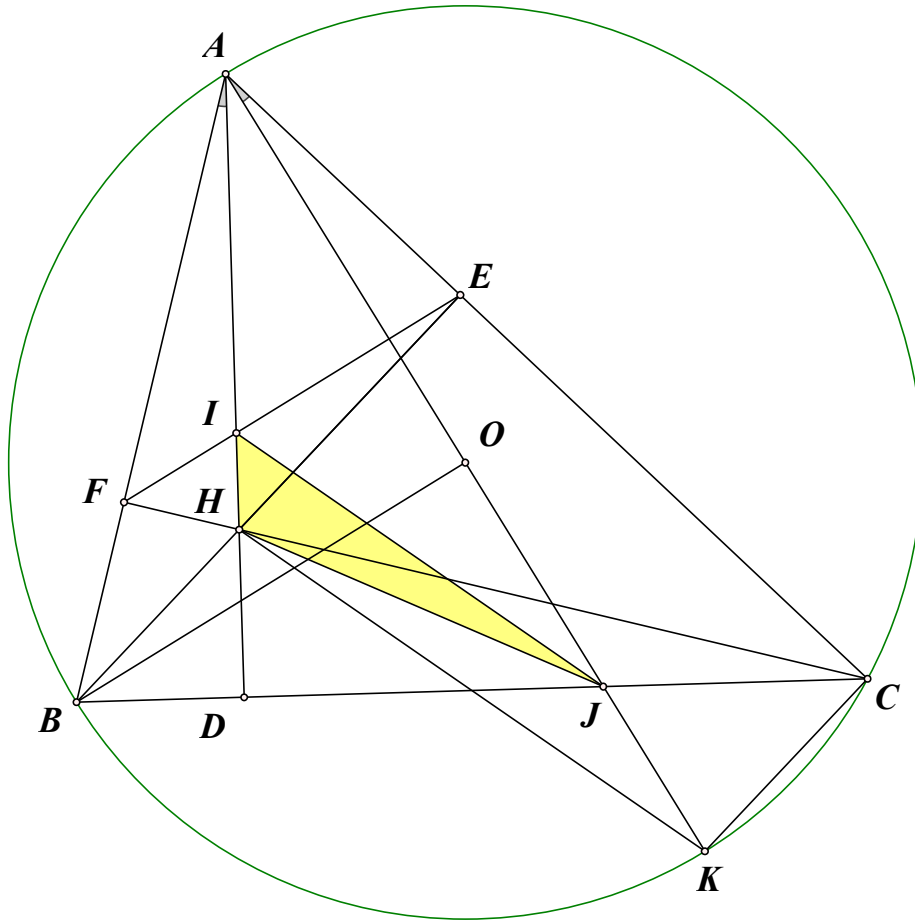
-HẾT-

## HƯỚNG DẪN CHẤM

Đáp án		Điểm												
<b>Bài 1. (1,5 điểm)</b>														
a) Lập bảng giá trị	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-4</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y = \frac{1}{4}x^2</math></td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">4</td> </tr> </table>	$x$	-4	-2	0	2	4	$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4	0,5
$x$	-4	-2	0	2	4									
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4									
		0,5												
b) Tìm tọa độ các điểm thuộc $(P)$ có hoành độ bằng 6		0,25												
	Thay $x = 6$ vào hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ , ta được: $y = \frac{1}{4} \cdot 6^2$	0,25												
	suy ra $y = 9$ Vậy tọa độ điểm $M$ cần tìm là $M(6; 9)$	0,25												
<b>Bài 2. (1,0 điểm)</b>														
a) $\Delta = b^2 - 4ac = 41 > 0$ . Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ .		0,25												
b) Theo định lý Viète, ta có $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2}$ , $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2$		0,25												
$A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$		0,25												
$A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot (-2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = 7$		0,25												
<b>Bài 3. (1,5 điểm)</b>														
a) Số học sinh tham gia khảo sát: $12 + 28 + 30 + 20 + 10 = 100$ học sinh		0,5												
b) Số học sinh có thời gian sử dụng điện thoại 3 giờ một ngày: $n(A) = 30$		0,25												
Xác suất của biến cố $A$ : $P(A) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$		0,25												
c) Số học sinh thực hiện đúng khuyến cáo của nhà trường: $n(B) = 12 + 28 + 30 = 70$		0,25												
Xác suất của biến cố $B$ : $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$		0,25												

<b>Bài 4. (1,0 điểm)</b>	
a) Diện tích nhà ở: $(x + 9 - 15)(x - 11) = x^2 - 17x + 66 \text{ (m}^2\text{)}$	0,5
b) Vì diện tích mảnh đất gấp 8 lần diện tích làm nhà ở, ta có phương trình $x(x + 9) = 8(x^2 - 17x + 66)$	0,25
Suy ra $7x^2 - 145x + 528 = 0$ suy ra $x = 16$ (Nhận), $x = \frac{33}{7} < 11$ (Loại) Vậy chiều rộng mảnh đất là $16 \text{ m}$ , chiều dài mảnh đất là $25 \text{ m}$	0,25
<b>Bài 5. (1,0 điểm)</b>	
a) Thể tích phần thân: $\pi R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 20 = 320\pi = 1004,8 \text{ cm}^3$	0,25
Thể tích phần nắp: $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 = \frac{128}{3} \pi = \frac{10048}{75} \text{ cm}^3$ Thể tích cái bình: $320\pi + \frac{128}{3} \pi = \frac{1088}{3} \pi = \frac{85408}{75} \text{ cm}^3 \approx 1139 \text{ cm}^3$	0,25
b) Diện tích bề mặt phần nắp: $\frac{1}{2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 4^2 = 32\pi = 100,48 \text{ cm}^2$ Diện tích xung quanh phần thân: $2\pi R \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 20 = 160\pi = 502,4 \text{ cm}^2$ Diện tích đáy bình: $\pi R^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi = 50,24 \text{ cm}^2$ Diện tích bề mặt bình: $32\pi + 160\pi + 16\pi = 208\pi = 653,12 \text{ cm}^2$	0,25
Đổi $210\,000 \text{ đồng/m}^2 = 21 \text{ đồng/cm}^2$ Chi phí để sơn cái bình là khoảng: $208\pi \cdot 21 = 4368\pi = 13715,52 \approx 14\,000 \text{ đồng}$	0,25
<b>Bài 6. (1,0 điểm)</b>	
Gọi $x, y$ lần lượt là số ngày làm 1 mình xong công việc của đội A và B ( $x, y > 0$ ). Số ngày dự kiến làm xong công việc nếu cả 2 đội cùng làm là: $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{xy}{x + y}$	0,25
Ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{2}{3}y = \frac{xy}{x + y} + 6 & (1) \\ \frac{y}{3} + \frac{2}{3}x = \frac{xy}{x + y} + 4 & (2) \end{cases}$	0,25
Lấy (1) trừ (2) về theo về suy ra $\frac{y - x}{3} = 2$ hay $y = 6 + x$ Thế lại vào (1) suy ra $\frac{x}{3} + \frac{2}{3}(6 + x) = \frac{x(x + 6)}{2x + 6} + 6$	0,25
$x + 4 = \frac{x^2 + 18x + 36}{2x + 6}$ hay $x^2 - 4x - 12 = 0$ suy ra $x = 6$ (nhận) hoặc $x = -2$ (loại) Vậy đội A và B dự kiến cùng làm xong một công việc trong $\frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4$ ngày.	0,25

**Bài 7. (3,0 điểm)**



a) Chứng minh tứ giác  $BFEC$  nội tiếp.

$\triangle BEC$  vuông tại  $E$  suy ra  $B, E, C$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $BC$ . (1)

0,5

$\triangle BFC$  vuông tại  $F$  suy ra  $B, F, C$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $BC$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $B, F, E, C$  cùng thuộc một đường tròn hay tứ giác  $BFEC$  nội tiếp.

0,5

b) Chứng minh  $\triangle ABD$  đồng dạng  $\triangle AKC$  và  $AF \cdot AK = AH \cdot AC$ .

Ta có  $\widehat{ACK} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính  $AK$ )

0,25

Xét  $\triangle ABD$  và  $\triangle AKC$  có:

$\widehat{ABD} = \widehat{AKC}$  (góc nội tiếp cùng chắn cung  $\widehat{AC}$ )

$\widehat{ADB} = \widehat{ACK}$  (cùng bằng  $90^\circ$ )

Suy ra  $\triangle ABD$  đồng dạng  $\triangle AKC$

0,25

Suy ra  $\widehat{BAD} = \widehat{KAC}$

Xét  $\triangle AFH$  và  $\triangle ACK$ , có:

$\widehat{FAH} = \widehat{CAK}$  (cmt) và  $\widehat{AFH} = \widehat{ACK}$  (cùng bằng  $90^\circ$ )

Suy ra  $\triangle AFH$  đồng dạng  $\triangle ACK$

0,25

suy ra  $\frac{AF}{AC} = \frac{AH}{AK}$  (3)

Suy ra  $AF \cdot AK = AH \cdot AC$ .

0,25

<p>c) i) Chứng minh <math>HK \parallel IJ</math>            Vì <math>BFEC</math> nội tiếp nên <math>\widehat{AFI} = \widehat{ACJ}</math> (cùng bù góc <math>\widehat{BFE}</math>)            Xét <math>\triangle AFI</math> và <math>\triangle ACJ</math>, có: <math>\widehat{AFI} = \widehat{ACJ}</math> (cmt) và <math>\widehat{FAI} = \widehat{CAJ}</math> (cmt)            Suy ra <math>\triangle AFI</math> đồng dạng <math>\triangle ACJ</math> suy ra <math>\frac{AF}{AC} = \frac{AI}{AJ}</math> (4)            Từ (3) và (4) suy ra <math>\frac{AH}{AK} = \frac{AI}{AJ}</math>            Vậy <math>HK \parallel IJ</math>.</p>	0,25
<p>ii) Biết <math>\widehat{BAC} = 60^\circ</math>, <math>\widehat{ACB} = 45^\circ</math>, tính diện tích tam giác <math>IHJ</math> theo <math>R</math>.            Do <math>\widehat{ACB} = 45^\circ</math> suy ra <math>\widehat{AOB} = 2.\widehat{ACB} = 90^\circ</math> hay <math>\triangle AOB</math> vuông cân tại <math>O</math>            suy ra <math>AB = R : \sin 45^\circ = R\sqrt{2}</math>  <math>BE = AB.\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}R</math> nên <math>EC = \frac{\sqrt{6}}{2}R</math> (<math>\triangle BEC</math> vuông cân tại <math>E</math>)  <math>AE = AB.\cos 60^\circ = \frac{R\sqrt{2}}{2}</math> suy ra <math>AC = AE + EC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}R</math>            Tam giác <math>ADC</math> vuông cân tại <math>D</math> nên <math>AD = DC = AC.\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}R</math>.  <math>\widehat{BAD} = \widehat{BAC} - \widehat{DAC} = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ</math>            suy ra <math>\widehat{CAK} = \widehat{BAD} = 15^\circ</math>            suy ra <math>\widehat{DAJ} = 30^\circ</math>  <math>DJ = AD.\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3} + 3}{6}R</math></p>	0,25
<p>và <math>AJ = \frac{AD}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3} + 3}{3}R</math>            Tam giác <math>AHE</math> vuông cân tại <math>E</math> nên <math>AH = \frac{AE}{\cos 45^\circ} = R</math>            Do <math>HK \parallel IJ \Rightarrow \frac{AI}{AH} = \frac{AJ}{AK} \Rightarrow AI = \frac{AH.AJ}{AK} = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}R</math>  <math>\Rightarrow IH = AH - AI = \frac{3 - \sqrt{3}}{6}R</math></p>	0,25
<p>Vậy diện tích tam giác <math>IHJ</math> bằng <math>\frac{1}{2}DJ.IH = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 + \sqrt{3}}{6} \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{6} R^2 = \frac{R^2}{12}</math>.</p>	0,25