

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi gồm 01 trang)

**Câu 1 (1.5 điểm).** Cho các phương trình  $x^2 + 2ax + 3b = 0$  và  $x^2 + 2bx + 3a = 0$ , trong đó  $a$  và  $b$  là hai tham số. Biết các phương trình này đều có hai nghiệm phân biệt.

a) Chứng minh  $(a - \frac{3}{2})^2 + (b - \frac{3}{2})^2 > \frac{9}{2}$ .

b) Giả sử hai phương trình trên có đúng một nghiệm chung. Gọi  $r$  là nghiệm còn lại của phương trình thứ nhất và  $s$  là nghiệm còn lại của phương trình thứ hai. Chứng minh  $r + s$  không phụ thuộc vào  $a$  và  $b$ .

**Câu 2 (1.5 điểm).** Cho tứ giác lồi  $ABCD$  có các cạnh  $BC = 7, DA = 1$ , và hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  vuông góc với nhau. Tìm giá trị lớn nhất của chu vi tứ giác  $ABCD$ .

**Câu 3 (2 điểm).** Với mỗi số nguyên dương  $n$ , đặt  $f(n) = (n+4)^4 - n^4$ .

a) Chứng minh  $f(n)$  chia hết cho 16 với mọi  $n$ .

b) Tìm  $n$  để  $f(n)$  chia hết cho 3.

c) Tìm  $n$  để  $f(n)$  chia hết cho  $24^2$ .

**Câu 4 (3 điểm).** Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) có đường tròn nội tiếp  $(I)$  tiếp xúc với các cạnh  $BC, CA, AB$  lần lượt tại  $D, E, F$ . Gọi  $J$  là trung điểm của  $EF$  và  $K$  là giao điểm của  $AD$  với  $EF$ .

a) Chứng minh  $ID^2 = IJ \cdot IA$  và tam giác  $IJD$  đồng dạng với tam giác  $IDA$ .

b) Gọi  $H$  là giao điểm khác  $I$  của  $IK$  với đường tròn đường kính  $AI$ . Chứng minh  $\widehat{IHD} = \widehat{IDK}$  và các điểm  $I, D, J, H$  cùng thuộc một đường tròn  $(S)$ .

c) Gọi  $L$  và  $G$  lần lượt là các giao điểm khác  $D$  của  $DJ$  và  $(S)$  với  $(I)$ . Chứng minh  $A, G, D$  thẳng hàng và các đường thẳng  $AL, GJ$  cắt nhau trên  $(I)$ .

**Câu 5 (2 điểm).** Cho bảng ô vuông kích thước  $3 \times 3$  gồm 3 hàng, 3 cột và 2 đường chéo như sau:


Một số nguyên dương  $n$  được gọi là *số tốt* nếu ta tìm được 9 số nguyên dương phân biệt và điền vào các ô của bảng, mỗi ô một số, sao cho tổng các số trên mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo đều bằng  $n$ .

a) Hãy chỉ ra một cách điền các số nguyên dương từ 1 đến 9 vào các ô của bảng sao cho tổng các số trên mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo đều bằng nhau.

b) Chứng minh nếu  $n \geq 15$  và  $n$  chia hết cho 3 thì  $n$  là số tốt.

c) Chứng minh nếu  $n$  là số tốt thì  $n \geq 15$  và  $n$  chia hết cho 3.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

- Giám thị không giải thích gì thêm.